

负压梯度下自由面流动模拟的无网格粒子法 Dirichlet 边界条件

韩沛东, 刘启新, 周子棋, 孙中国, 席光
(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为改善无网格粒子法自由表面附近计算精度及稳定性,尤其在负压梯度条件下较难收敛的状况,提出了一种基于虚拟边界的狄利克雷边界条件赋值方法。以移动粒子半隐式法为例,采用最小二乘法对自由表面粒子进行多项式拟合,以拟合曲线作为虚拟边界,用自由表面粒子到虚拟边界的偏差矢量对自由表面粒子赋值进行修正。通过方形液滴旋转算例验证了算法的有效性与准确性,获得了自由表面平滑的模拟结果。进一步研究了关键参数的选择对边界条件的表达和计算精度的影响,发现当拟合搜索半径为 4 倍初始粒子间距时,可减小拟合误差,防止边界畸变。提出的改进方法提高了自由表面核截断区域的计算精度与稳定性,可显著改善负压梯度下大变形自由曲面外缘粒子因梯度力偏差而导致的粒子飘散情况,为改善大变形复杂界面流动计算提供了新的思路。

关键词: 移动粒子半隐式法;自由面;狄利克雷边界条件;虚拟边界

中图分类号: O351.2;TK730.2 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202208015 **文章编号:** 0253-987X(2022)08-0141-08



OSID 码

Dirichlet Boundary Conditions in Meshless Particle Methods for Free-Surface Flow Simulation under Negative Pressure Gradient

HAN Peidong, LIU Qixin, ZHOU Ziqi, SUN Zhongguo, XI Guang
(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Dirichlet boundary conditions for the free-surface are normally imposed through direct assignment in meshless particle methods. The discretization error caused by the disordered particle distribution is generally ignored. Since it is especially difficult to calculate convergence under the negative pressure gradient, to improve the calculation accuracy and stability near the free surface, this paper proposes a Dirichlet boundary condition assignment method based on the virtual boundary. Using the moving particle semi-implicit method, polynomial fitting is carried out for free-surface particles with the least square method. The fitting curve is taken as the virtual boundary, and the deviation vector from the free-surface particle to the virtual boundary is used to correct the assignment. The validity and accuracy of the algorithm are proved through the case of a rotating square patch of fluid. This paper also further studies the influence of the key parameters on the accuracy and manifestation of the boundary conditions. When the search radius for fitting is four times the initial interparticle distance, fitting errors can be reduced and boundary deformation can be prevented. The proposed method can enhance the accuracy and

stability in the kernel truncation region of the free surface, and can significantly suppress the particle drift caused by gradient force deviation on the free surface, in case of large deformation and under a negative pressure gradient. This paper provides new thoughts for improving the flow calculation of complex interfaces with large deformation.

Keywords: moving particle semi-implicit method; free surface; Dirichlet boundary conditions; virtual boundary

液滴或气泡的破裂与融合等自由表面流动是工业过程常见的流体动力学现象。由于自由表面常存在剧烈运动变形,传统基于网格剖分的模拟中多采用 Level Set 或 VOF(volume of fluid)等数值方法,界面重构和尖角精确捕捉仍较复杂;基于拉格朗日框架的无网格粒子法避免了所有基于网格的限制^[1]。光滑粒子流体动力学方法 SPH(smoothed particle hydrodynamics)及移动粒子半隐式法 MPS(moving particle semi-implicit method)等已广泛应用于计算大变形非定常流动^[2-4]。在不可压流动计算中,与大气连通的自由表面粒子压力值常赋为 0,可准确捕捉自由界面,但在负压梯度(即流体压力低于大气压,或界面法向压力梯度力朝向流体内部)算例中,自由表面粒子的核函数截断误差会影响方法的计算精度和稳定性^[5],造成诸如粒子聚集、表面误判、压力求解误差增大等问题^[6],是无网格粒子法研究的难点和热点之一。

国内外学者围绕算子修正、粒子分布重构、表面粒子判定、自由边界修正等方面开展了一系列改善研究。其中,Koshizuka 等^[7-8]采用粒子稳定项 PST 提升梯度算子稳定性;Liu 等^[9-10]提出用一阶、二阶修正矩阵提高算法在粒子分布不均匀时的精度。Khayyer 等^[11]基于粒子迁移技术 PS(particle shifting)提出了优化的粒子迁移技术 OPS(optimized PS),通过粒子位置迁移调整(重构),显著提升了典型算例的收敛性;Jandaghian 等^[12]等提出了修正的粒子迁移技术 CPS(corrected PS),与粒子碰撞模型结合,避免了粒子聚集并降低了数值噪声。Chen 等^[13-16]提出概念粒子模型,开发了无需自由表面粒子判定的 MPS-NSD(no surface detection)方法,获得了进一步发展与应用;Khayyer 等^[11]提出了基于散度的表面粒子判定,提升了判定的准确性;朱跃等^[17]提出了基于几何法和体积法的表面判定方式。Liu 等^[18-19]通过加入虚粒子修正自由表面及附近粒子梯度算子;Matsunaga 等^[20]通过移动的曲面网格来表示可变形的自由面边界,提升了计算精度;殷竞存等^[21]采用改进的 ghost 粒子方法处理自由表面,

获得较平滑的边界。上述工作对负压自由面流动的求解精度和收敛性起到一定提升作用。

然而,无网格粒子法通常对自由表面的狄利克雷边界条件(Dirichlet boundary condition)^[1]直接赋值,将自由表面粒子所处位置即视为自由面边界,忽略了自由表面粒子不规则排布带来的空间离散误差。实际计算中,这一误差并不总能通过前述技术得到完全修正^[22]。

方形液滴旋转算例^[23]是检验负压条件下自由面大变形计算精度与稳定性的经典算例。相关研究大都聚焦高阶压力泊松方程和梯度、散度、拉普拉斯算子等方面,而本文利用该算例研究自由表面核截断区域计算精度。

本文提出了一种基于虚拟边界的狄利克雷边界条件,并在 MPS 框架下通过方形液滴旋转算例进行了验证,该方法可显著改善大变形复杂曲面的求解精度和稳定性。

1 数值方法

1.1 MPS 方法

MPS 方法^[1]用于模拟不可压缩流动,在拉格朗日描述下,通过配点法实现空间离散。不可压缩流体的控制方程包括质量守恒方程与动量守恒方程

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{f} \quad (2)$$

式中: ρ 为流体密度; $\mathbf{u}$ 为流体速度; p 为压力; μ 为动力黏度; $\mathbf{f}$ 为体积力。

流体被表征为具有一定质量的离散粒子,粒子携带位置、速度、压力等物理量信息,通过粒子间相互作用,离散控制方程中的各项微分算子,导出梯度算子和拉普拉斯算子的光滑近似式。

MPS 方法采用核函数模型描述粒子间作用,并凭此离散控制方程,本文采用如下核函数^[6]

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c}{r} - 1, & r < r_c \\ 0, & r \geq r_c \end{cases} \quad (3)$$

式中: $w(r)$ 为核函数值; $r = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ 为两粒子 i, j 之间距离; r_e 为光滑半径, 其值为 2.1 倍粒子直径 l_0 。

原始 MPS 方法中, 负压会带来数值不稳定^[23], 通常将负压调整为零或更换更稳定的梯度公式^[24]来实现仅有斥力的压力梯度计算。当计算存在负压与吸引力时, 上述解决方式不再适用, 因此本文采用带修正矩阵的梯度公式^[23]

$$\langle \nabla \varphi \rangle_i =$$

$$\frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{\varphi_j - \varphi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) C_{ij} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

式中: C_{ij} 为在引入的一个修正项, 形式为一个矩阵的逆矩阵。在二维问题中, C_{ij} 可表示为

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} \sum V_{ij} \frac{w_{ij} x_{ij}^2}{r_{ij}^2} & \sum V_{ij} \frac{w_{ij} x_{ij} y_{ij}}{r_{ij}^2} \\ \sum V_{ij} \frac{w_{ij} x_{ij} y_{ij}}{r_{ij}^2} & \sum V_{ij} \frac{w_{ij} y_{ij}^2}{r_{ij}^2} \end{pmatrix}^{-1} \quad (5)$$

式中 $V_{ij} = \frac{1}{\sum_{i \neq j} w_{ij}}$ 为核函数的倒数。

拉普拉斯算子计算公式为

$$\langle \nabla^2 \varphi \rangle_i = \frac{2d}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{(\varphi_j - \varphi_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (6)$$

式中: φ 为任意标量函数; d 为维度(二维 $d=2$); n_0 为粒子数密度常数。在忽略连续域内核函数截断误差的情况下, 拉普拉斯算子可简化为^[9]

$$\langle \nabla^2 \varphi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} (\varphi_j - \varphi_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} (|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)^2 w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)}{w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)} \quad (8)$$

1.2 优化的粒子迁移技术

在使用上述模型时, 粒子倾向于沿流线分散, 会导致计算不稳定, 常需采用 OPS 技术^[11]来减小粒子分布的不均匀性。参考菲克第一定律, 将高浓度粒子向低浓度粒子区域进行微小移动, 即

$$\delta \mathbf{r}_i = -C_{\text{shift}} d_0^2 \nabla C_i \quad (9)$$

$$\nabla C_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} \nabla w_{ij} \quad (10)$$

式中: $C_{\text{shift}} \leq 0.5$ 为迁移系数; $d_0 = l_0$; ∇C_i 为粒子分布浓度的梯度。

自由表面粒子以及邻近表面的内部粒子仅保留沿自由面切向的迁移分量为

$$\delta \mathbf{r}_i = -C_{\text{shift}} d_0^2 (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{n}}_i \otimes \tilde{\mathbf{n}}_i) \cdot \nabla C_i \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{n}}_i = -\frac{\mathbf{C}_{ij} \cdot \nabla C_i}{|\mathbf{C}_{ij} \cdot \nabla C_i|} \quad (12)$$

$$C_{ij} = \left(\sum_j V_j \mathbf{r}_{ij} \otimes \mathbf{w}_{ij} \right)^{-1} \quad (13)$$

式中 $\tilde{\mathbf{n}}_i$ 为修正的法向量

粒子迁移后, 凭借原流场参数更新速度场, 即

$$\mathbf{u}_i' = \mathbf{u}_i + \nabla \mathbf{u}_i \cdot \delta \mathbf{r}_i' \quad (14)$$

OPS 技术使计算稳定性明显提升, 但同时也导致表面粒子斥力失效^[12], 在计算含负压的自由面流动时, 仍然会影响收敛性。

1.3 表面粒子判定

若要保证压力泊松方程计算结果准确, 精确地判定自由表面粒子并施加 Dirichlet 边界条件至关重要。为保证表面粒子应判尽判, 同时又避免内部粒子被误判为表面粒子, 本文采用了多种判定方法组合的形式。

传统 MPS 方法^[1]将粒子数密度小于 αn_0 的粒子视为表面粒子, 但常出现内部粒子误判为表面粒子的情况。将粒子位置矢量 $\mathbf{r}_{ij}$ 的散度 $\nabla \cdot \mathbf{r}$ 作为评判标准^[11], 对于粒子均匀分布时的内部粒子该值为 2。文献^[16]提出虚拟光源和光幕的概念, 将粒子 i 视为光源, 邻近粒子视为遮挡物, 将未遮挡面积占比 R_{ill} 作为判定标准。

本文将上述方法相结合, 对于粒子数密度小于 $0.99n_0$ 或 $\nabla \cdot \mathbf{r} < 1.9$ 的粒子进行光源遮挡判定, 若 $R_{\text{ill}} < 1/6$ 则视为表面粒子。若粒子数密度小于 $0.85n_0$ 或 $\nabla \cdot \mathbf{r} < 1.5$, 则将该粒子强制判定为表面粒子。对于一个表面粒子, 若其影响域内没有内部粒子, 则将其视为游离粒子, 不参与自由表面的计算。判定结果如图 1 所示。

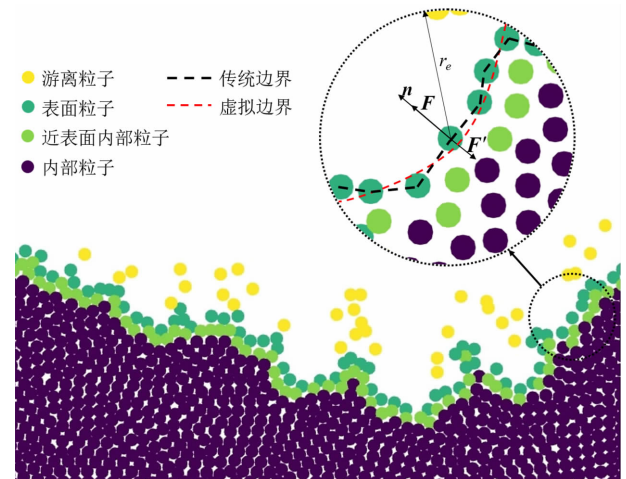


图 1 自由表面附近粒子分布及虚拟边界示意图

Fig. 1 Particle distribution near free-surface and the schematic diagram of virtual boundary

2 虚拟边界

2.1 机理分析

传统 MPS 方法将自由表面粒子视为实际边界,并在施加狄利克雷边界条件时将其压力赋值为 0,如图 1 所示。针对不可压缩流体,被自由表面粒子包裹的内部流体粒子的粒子数密度 n 保持恒定值 n_0 ,且在每个时间步粒子流动发生位移后,都会修正为 n_0 。粒子间的相对位置决定了粒子间的相互作用,进而影响流动。

若自由表面粒子位置分布不够平滑,其用于描述实际自由面的形状便会出现误差,进而影响计算的精度和稳定性。单个自由表面粒子沿表面垂直方向发生偏移时,一般会产生以下两种情况。

(1)当压力梯度力朝向自由面外部时(如图 1 中 F 所示),若该粒子产生向外的偏移,压力梯度力减小,粒子之间斥力减小,该粒子向外偏移的趋势也会随之减小。反之,若该粒子产生向内的偏移,梯度力增大,粒子之间斥力增加,将遏制该粒子继续向内偏移。此时误差被自然修正,不会积累。

(2)当压力梯度力朝向自由面内部时(如图 1 中 F' 所示),若该粒子产生向外的偏移,压力梯度力减小,误差将逐渐扩大,该粒子会飘离自由表面,如图 2(a)所示。反之,若粒子产生向内的偏移,粒子靠近,梯度力增大,可能导致局部高压无法抵消梯度力增大带来的吸引力,引起粒子继续向自由面内部挤压,产生非物理的局部高压,并最终导致计算发散,如图 2(b)所示。

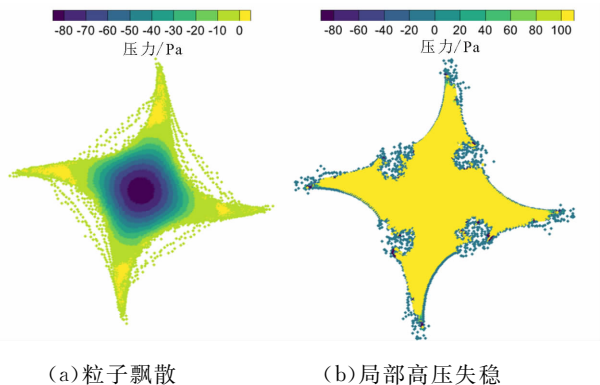


图 2 典型算例表面计算失稳机理

Fig. 2 Mechanism of instability near surface in typical simulation

2.2 方法原理

本文提出一种基于虚拟边界的狄利克雷边界条件赋值方法,其基本原理为在原计算的边界分布基

础上构建表征真实表面边界的虚拟表面边界,通过计算表面粒子与虚拟边界的偏差量来对狄利克雷边界条件赋值进行修正。其中,实际的自由表面边界由表面粒子及其邻域搜索范围内的其他表面粒子连接而成,局部常为一条短曲线段,整个自由表面由许多这样的小曲线段联接组成。

每个短曲线段用二次曲线拟合,表面粒子位于拟合曲线上。自由表面的法向量与拟合曲线的对称轴重合,则拟合二次曲线 y 轴的朝向为该表面粒子的法向量方向。

2.3 算法流程

狄利克雷边界条件改进算法流程如图 3 所示。

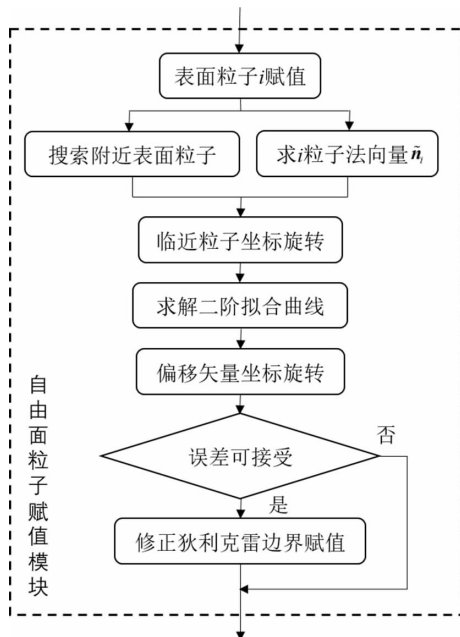


图 3 狄利克雷边界条件改进算法流程

Fig. 3 Algorithm flowchart of the proposed method

对于某自由表面粒子 i ,搜索其附近的其他自由表面粒子位置,同时计算 i 粒子的法向量,本文采用式(12)计算修正的法向量,采用坐标旋转公式

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (15)$$

坐标旋转变换关系如图 4 所示,以 i 粒子为原点,对附近表面粒子进行坐标旋转,使 y 轴与法向量重合, θ 为法向量与 y 轴的夹角。

粒子坐标旋转后,采用最小二乘法求解待拟合二次曲线的各项系数,并联立求解各项系数,即可得拟合二阶曲线方程

$$Q = \sum_{i=1}^m (y_i - b_0 - b_1 x_i - b_2 x_i^2)^2 \quad (16)$$

Q 函数极值点对各项系数的导数为 0,即

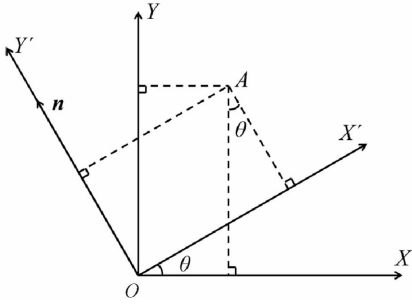


图 4 坐标旋转变换关系

Fig. 4 Rotation of coordinate

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial b_0} = -2 \sum_{i=1}^m (y_i - b_0 - b_1 x_i - b_2 x_i^2) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b_1} = -2 \sum_{i=1}^m (y_i - b_0 - b_1 x_i - b_2 x_i^2) x_i = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b_2} = -2 \sum_{i=1}^m (y_i - b_0 - b_1 x_i - b_2 x_i^2) x_i^2 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} b_0 = \frac{\sum_{i=1}^m y_i - b_1 \sum_{i=1}^m x_i - b_2 \sum_{i=1}^m x_i^2}{m} \\ b_1 = \frac{\sum_{i=1}^m x_i y_i - b_0 \sum_{i=1}^m x_i - b_2 \sum_{i=1}^m x_i^3}{\sum_{i=1}^m x_i^2} \\ b_2 = \frac{\sum_{i=1}^m x_i^2 y_i - b_0 \sum_{i=1}^m x_i^2 - b_1 \sum_{i=1}^m x_i^3}{\sum_{i=1}^m x_i^4} \end{cases} \quad (18)$$

通过以上二阶多项式拟合,计算得到偏差最小的拟合曲线,即虚拟边界。凭借虚拟边界方程计算得出边界到该粒子的偏移矢量 $(0, b_0)$ 。并将偏移矢量沿 $-\theta$ 方向旋转回原始笛卡尔坐标,得到 i 粒子到虚拟边界的距离矢量 δ_i 。

最终,通过该表面粒子与此曲线的偏差和已求得的流场参数梯度进行插值计算,得出该表面粒子应当赋予的修正参数值

$$\varphi_i = \varphi_s + \nabla \varphi_i \cdot \delta_i \quad (19)$$

式中: φ_i 为 i 粒子赋予的参数值; φ_s 为狄利克雷边界条件预设的参数值; $\nabla \varphi_i$ 为 i 粒子处参数 φ 的梯度。

为保障二阶多项式的拟合精度,一般情况下,需要5~7个数据点。本文采用 $r_c \geq 2.5l_0$ 作为该模型搜索半径,邻近表面粒子与加上 i 粒子自身,满足上述拟合条件。

若出现 i 粒子附近的表面粒子分布与二次曲线

分布差异较大的情况,可先对结果的方差进行校核,并在对狄利克雷边界条件赋值时,对 b_0 的大小进行限制,令

$$b_0 = \min(b_0, \delta_{\max}) \quad (20)$$

$\delta_{\max}$ 取值影响自由表面粒子在虚拟边界附近松散分布程度,本研究中取值为 $0.6l_0$ 。实际模拟过程中可根据具体算例需求进行调整,推荐的取值范围为 $0.1l_0 \sim 0.8l_0$ 。

此外,上述狄利克雷边界条件的赋值方法也可用于压力出口边界,采用改进的狄利克雷边界条件对表面粒子进行压力进行赋值

$$p_i = p_s + \nabla p_i \cdot \delta_i \quad (21)$$

式中: p_s 为压力边界给出的压力值; ∇p_i 可取 i 粒子的压力梯度或其上游 $2l_0$ 距离处的粒子的压力梯度。仅对距离压力出口一定范围内的表面粒子进行上述修正,可获得更平滑的压力分布。

将上述方法推广至三维时,需采用最小二乘法对粒子 i 附近的表面粒子进行曲面拟合,拟合二阶曲面时须采用的待定系数将由10个缩减至6个。

3 数值模拟验证

3.1 典型算例及设置

方形液滴旋转算例^[12]是二维方形液滴在无粘和无表面张力的情况下以几何中心为转轴发生转动,在离心力作用下方块四角向外拉伸形成弯曲尖突,中心部分形成明显负压,四边发生显著内缩的剧烈形变过程。该算例中自由面平滑、尖突清晰、压力由外向内形成负压且成圆形等特征是检验负压计算和算法稳定性的经典算例。

本文二维方形液滴初始离散为 100×100 个粒子,如图5所示^[12]。液滴边长 L 为1 m,在初始速度场 $u_0^x = \omega y, u_0^y = -\omega x$ 的条件下发生自由运动与变形。液滴尺度不影响形态计算, ω 亦可为任意角速度,本文取 $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$,时间步长 $\Delta t = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$ 。

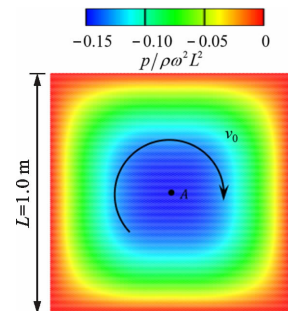


图 5 方形液滴旋转算例

Fig. 5 Evolution of a square patch of fluid

3.2 模拟结果

改进后方形液滴旋转算例压力云图及与文献结果比较如图6所示,其中方框为初始液滴位置,斜线为各角点的理论运行轨迹。图6(a)~(d)展示了0.5~2.0 s方形液滴的变形过程,与文献[18]中计算结果相比,形态和压力均吻合较好。但相比文献,使用伪粒子重整表面技术和更高精度的复杂模型,本文模型及实现过程更加简单快捷。

图7展示了添加修正矩阵和粒子迁移技术的方形液滴旋转计算结果,以及在此基础上添加了本文改进方法后的计算结果。结果表明,修正矩阵和改进的粒子迁移技术可在一定程度上避免拉伸失稳诱

发的表面粒子聚集,但无法完全避免梯度力不足导致的粒子飘散问题。

采用本文提出的改进方法后(如图7(b)所示),表面粒子飘散现象得到明显抑制,液滴外形演变过程与理想结果相符,液滴内部的压力分布也变得更合理。 $t=2.0$ s时,液滴中心压力为 -54.53 Pa,换算为无量纲压力约为 -0.055 ,与文献[11,18,22]计算结果相符。但四边内凹处边界曲线仍存在明显毛刺,考虑与粒子搜索半径选取相关。图7(c)展示了调整拟合曲线搜索半径由 $r_e=2.1l_0$ 增大为 $4l_0$ 后,曲线拟合数据由5~7个点进一步扩充至7~9个点,曲线拟合精度提升,边界毛刺现象基本消失。

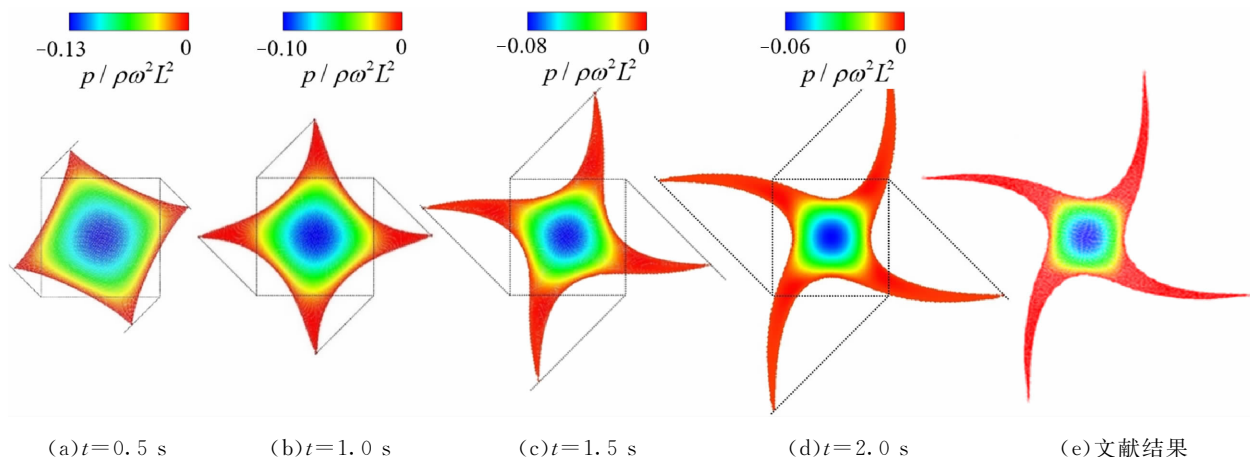


图6 改进后方形液滴旋转算例压力云图及与文献结果比较

Fig. 6 Pressure cloud diagram of proposed method comparing with literature result

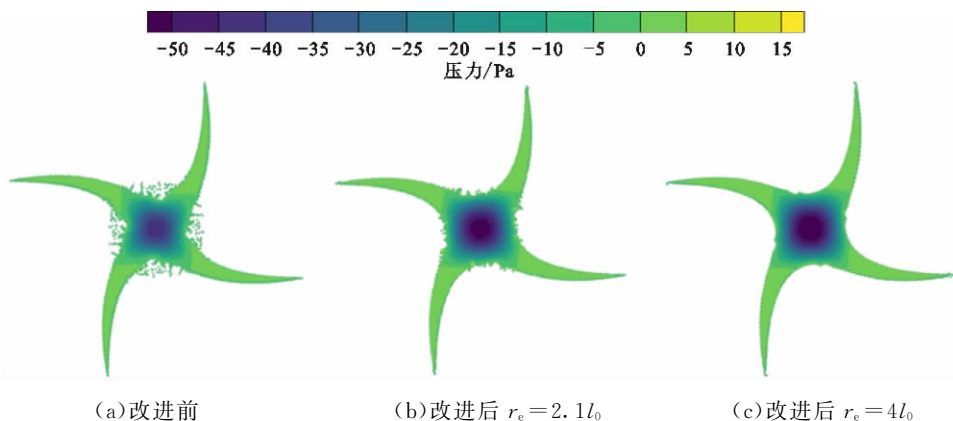


图7 改进效果对比

Fig. 7 Comparison of improvement effect

4 结论

本文针对负压梯度条件下自由面大变形流动问题,通过构建虚拟边界改进了拉格朗日框架下的狄利克雷边界条件,模拟了方形液滴旋转典型算例,并得到以下结论。

(1)通过采用最小二乘法对自由表面位置进行二阶多项式拟合,构建虚拟边界,凭借虚拟边界与表面粒子的偏移矢量修正粒子赋值,改进了狄利克雷边界条件,显著提高了自由表面核截断区域的计算精度与稳定性。

(2)采用上述方法模拟方形液滴旋转算例,无需

更高阶精度的复杂模型便可获得较为理想的结果。大变形曲面外缘粒子因梯度力偏差而导致的粒子飘离表面情况得到显著抑制,液滴内部压力分布更接近预期。验证了方法的有效性与准确性。

(3)通过对上述方法中拟合偏移量 b_0 的误差进行约束和修正,以及增加虚拟边界拟合曲线的搜索范围至 $r_e = 4l_0$,可显著减小虚拟边界误差。

本文提出的狄利克雷边界条件改进方法为准确捕捉负压梯度自由面大变形流动的界面、提升复杂界面流动计算的稳定性提供了新的思路。未来将继续扩展至三维情况并与相界面、表面张力等数值模型耦合。

参考文献:

- [1] KOSHIZUKA S, SHIBATA K, KONDO M, et al. Moving particle semi-implicit method: a meshfree particle method for fluid dynamics [M]. London, UK: Academic Press, 2018.
- [2] 孙一颢, 席光, 孙中国. MPS-DEM 耦合方法的多段系泊浮体波浪响应分析 [J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(7): 8-15.
SUN Yijie, XI Guang, SUN Zhongguo. Wave response of moored multibody platforms based on MPS-DEM method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(7): 8-15.
- [3] 孙中国, 李帝辰, 陈啸, 等. 采用移动粒子半隐式法的进口流动速度边界模型 [J]. 西安交通大学学报, 2013, 47(11): 87-91.
SUN Zhongguo, LI Dichen, CHEN Xiao, et al. Velocity boundary models of inlet flow using moving particle semi-implicit method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2013, 47(11): 87-91.
- [4] 魏冬冬, 姜毅, 赵良玉, 等. 液体火箭冷弹射系统推进剂晃动研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2021, 41(3): 34-38.
WEI Dongdong, JIANG Yi, ZHAO Liangyu, et al. Research on propellant sloshing of liquid rocket cold launch system [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2021, 41(3): 34-38.
- [5] KIARA A, HENDRICKSON K, YUE D K P. SPH for incompressible free-surface flows: part I error analysis of the basic assumptions [J]. Computers & Fluids, 2013, 86: 611-624.
- [6] DUAN Guangtao, YAMAJI A, KOSHIZUKA S, et al. The truncation and stabilization error in multiphase moving particle semi-implicit method based on corrective matrix: Which is dominant? [J]. Computers & Fluids, 2019, 190: 254-273.
- [7] DUAN Guangtao, CHEN Bin, KOSHIZUKA S, et al. Stable multiphase moving particle semi-implicit method for incompressible interfacial flow [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2017, 318: 636-666.
- [8] KOSHIZUKA S, NOBE A, OKA Y. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1998, 26(7): 751-769.
- [9] LIU Moubin, LI Shangming. On the modeling of viscous incompressible flows with smoothed particle hydro-dynamics [J]. Journal of Hydrodynamics, 2016, 28(5): 731-745.
- [10] DUAN Guangtao, KOSHIZUKA S, YAMAJI A, et al. An accurate and stable multiphase moving particle semi-implicit method based on a corrective matrix for all particle interaction models [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2018, 115(10): 1287-1314.
- [11] KHAYYER A, GOTOH H, SHIMIZU Y. Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context [J]. Journal of Computational Physics, 2017, 332: 236-256.
- [12] JANDAGHIAN M, SHAKIBAEINIA A. An enhanced weakly-compressible MPS method for free-surface flows [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, 360: 112771.
- [13] CHEN Xiao, XI Guang, SUN Zhongguo. Improving stability of MPS method by a computational scheme based on conceptual particles [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2014, 278: 254-271.
- [14] DUAN Guangtao, CHEN Bin, ZHANG Ximin, et al. A multiphase MPS solver for modeling multi-fluid interaction with free surface and its application in oil spill [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2017, 320: 133-161.
- [15] CHEN Xiao, SUN Zhongguo, LIU Ling, et al. Improved MPS method with variable-size particles [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2016, 80(6): 358-374.
- [16] SHIBATA K, MASAIE I, KONDO M, et al. Improved pressure calculation for the moving particle semi-implicit method [J]. Computational Particle Mechanics, 2015, 2(1): 91-108.

- [17] 朱跃, 姜胜耀, 杨星团, 等. 粒子法中自由表面粒子识别 [J]. 计算力学学报, 2018, 35(4): 500-506.
ZHU Yue, JIANG Shengyao, YANG Xingtuan, et al. Free surface detection method in particle method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2018, 35(4): 500-506.
- [18] LIU Xiaoxing, MORITA K, ZHANG Shuai. A stable moving particle semi-implicit method with renormalized Laplacian model improved for incompressible free-surface flows [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 356: 199-219.
- [19] LIU Xiaoxing, MORITA K, ZHANG Shuai. An advanced moving particle semi-implicit method for accurate and stable simulation of incompressible flows [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2018, 339: 467-487.
- [20] MATSUNAGA T, KOSHIZUKA S, HOSAKA T, et al. Moving surface mesh-incorporated particle method for numerical simulation of a liquid droplet [J]. Journal of Computational Physics, 2020, 409: 109349.
- [21] 殷竞存, 朱晓临, 汪欢欢. 一种改进的流体模拟自由表面处理算法 [J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2019, 42(4): 561-564.
YIN Jingcun, ZHU Xiaolin, WANG Huanhuan. An improved free surface handling algorithm in fluid simulation [J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2019, 42(4): 561-564.
- [22] GAROOSI F, SHAKIBAEINIA A. Numerical simulation of Rayleigh-Bénard convection and three-phase Rayleigh-Taylor instability using a modified MPS method [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2021, 123: 1-35.
- [23] KHAYYER A, GOTOH H. Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method [J]. Journal of Computational Physics, 2011, 230(8): 3093-3118.
- [24] KHAYYER A, GOTH O H. Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure [J]. Coastal Engineering, 2009, 56(4): 419-440.

(编辑 赵炜 亢列梅)